

平成22年度
福井大学大学院工学研究科博士前期課程
一般選抜学力試験（物理工学専攻）

基礎科目

試験時間

9:00 - 10:00

全問を解答すること

空白ページ

空白ページ

1 行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。ただし、 α は定数とする。

(1) A の行列式 $|A|$ を求めよ。また、 $|A| = 0$ となる α の値を求めよ。

以下の設問では、 α は (1) で求めた値とする。

(2) A の固有値を計算せよ。

(3) A を対角化せよ。

(4) 自然数 n について、 A^n を計算せよ。

2 まず, x は t の関数であり下の2階微分方程式を満たすとしよう.

$$x'' = -\omega^2 x$$

ただし, ω は正の定数である. 以下の小問(1)と(2)に答えよ.

(1) 一般解を求めよ.

(2) 初期条件 $x(0) = x_0$, $x'(0) = v_0$ を満たす解 x を求めよ.

つぎに, y と z は t の関数であり下の連立微分方程式を満たすとす.

$$\begin{aligned} y'' &= -\frac{3}{2}y + \frac{1}{2}z \\ z'' &= -\frac{3}{2}z + \frac{1}{2}y \end{aligned}$$

以下の小問(3)と(4)に答えよ.

(3) $f = y + z$, $g = y - z$ とおき, f と g の満たす微分方程式を導け.

(4) 初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $z(0) = 0$, $z'(0) = 0$ を満たす解 y , z を求めよ.

平成22年度
福井大学大学院工学研究科博士前期課程
一般選抜学力試験（物理工学専攻）

専門科目

試験時間

10:15 - 11:15

全問を解答すること

空白ページ

空白ページ

1 図1のように、長さ l の軽くて伸び縮みしない糸と質量 m のおもり（質点とみなす）からなる振り子がある。この振り子の支点を点 O に固定した。重力加速度を g とする。点 O を含む鉛直線と振り子の糸のなす角 θ ($\theta > 0$) が一定となるように、おもりを水平面内で等速円運動させた。以下の問いに答えよ。ただし、この円運動の角速度を ω とし、上から見て反時計回りを正とする。また、空気抵抗や摩擦の効果は無視する。

- (1) この等速円運動において、 $\theta = 90^\circ$ にはなり得ないことを説明せよ。
- (2) ω を、 l, m, g, θ の中から必要な記号を用いて表せ。
- (3) θ を限りなく小さくした時、円運動の周期が、同じ振り子を点 O を含む垂直面内で微小な振幅で振らせた場合の周期と一致することを示せ。

上問の設定に加えて、おもりが静電荷 Q を帯びており、重力とは反対向きに磁束密度 B の均一な静磁場が存在する場合を考える。上問と同様に、おもりを水平面内で等速円運動させた。以下の問いに答えよ。ただし、おもりの運動によって発生する磁場や電磁波は無視して良い。

- (4) おもりに働くローレンツ力の大きさを、 l, θ, ω, Q, B を用いて表せ。
- (5) $\cos \theta$ を、 l, m, g, ω, Q, B の中から必要な記号を用いて表せ。
- (6) ある瞬間に急に糸が切れて、おもりが水平方向に初速 v_0 で飛び出した。その後のおもりの運動の軌跡がどのようなになるか、述べよ。

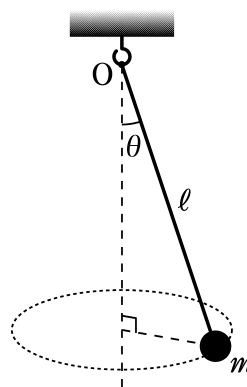


図 1

2 一次元空間における質量 m の粒子に関する以下の設問に答えよ。

- (1) 任意の演算子 \hat{A}, \hat{B} に対する交換子積を $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ と定義する。粒子の位置 x と運動量 p の演算子をそれぞれ \hat{x}, \hat{p} とする。座標表示の場合には運動量演算子は $\hat{p} = -i\hbar d/dx$ と表されることに注意して、交換子積 $[\hat{x}, \hat{p}]$ を計算せよ。 i は虚数単位である。

以下の問題では粒子に作用するポテンシャルが

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq a \text{ のとき}) \\ \infty & (x < 0 \text{ または } x > a \text{ のとき}) \end{cases},$$

で表される場合を考える。 a は正の実定数。粒子は定常状態にあるものとする。

- (2) 波動関数 $\varphi(x)$ に対する時間に依存しない Schrödinger 方程式は、エネルギーを E として

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \varphi(x) = 0$$

で与えられる。基底状態における粒子のエネルギー E_0 および規格化された波動関数 $\varphi_0(x)$ を求めよ。

- (3) x の期待値 $\langle x \rangle$ および p の期待値 $\langle p \rangle$ を計算せよ。
- (4) x の分散 $(\Delta x)^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ および p の分散 $(\Delta p)^2 = \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle$ を計算せよ。
- (5) $|\Delta x|$ と $|\Delta p|$ の積の値を求めよ。

平成22年度
福井大学大学院工学研究科博士前期課程
一般選抜学力試験（物理工学専攻）

外国語（英語）

試験時間

11:30 - 12:30

全問を解答すること

空白ページ

空白ページ

以下の英文は、重力 (gravity) に関する質問とその答である。読んで以下の問いに答えよ。

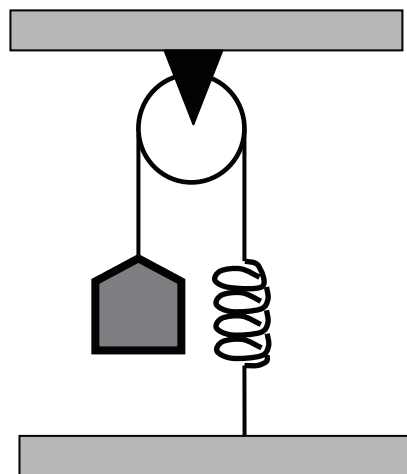
[question]

A weight is suspended over a pulley and attached to the ground by a helical spring. As the world turns under the moon, its gravity makes the weight move up, turning the pulley. (1)The pulley is connected to a generator, creating electricity. Would the setup work? Is it a (2)perpetual motion machine? Where does the energy come from?

[answer]

(3)In theory the system (4)would work; the change in weight, however, is very small (about (5)one-thousandth of one percent), so the amount of energy is minute. Still, (6)this is where the tide's energy comes from. The energy comes from the rotational energy of the moon. (7)The tides have the effect of increasing the moon's orbital radius. This is not, therefore, a perpetual motion machine.

(setup 装置, tide 潮の干満, orbital radius 軌道半径, pulley かつ車)



- (1) 下線(1)が理解できる(月の位置も含めた)挿絵を描け。
- (2) 下線(2)と(5)を訳せ。
- (3) 下線(3)を1英単語で記せ。
- (4) 下線(4)と文法上同じ使用法の文を下から選べ。
 - (a) She believed that her husband *would* soon get well.
 - (b) He *would* sit for hours doing nothing.
 - (c) If a car hit it, the occupants *would* be killed on the spot.
 - (d) I *would* prefer to go there at once.
- (5) 下線(6)は何を示すか。
- (6) 下線(7)を訳せ。